MATHEMATIQUES ET SOCIETE

par

ALLAL SINACEUR

I. Mathématiques et Société.

Nous faisons appel aux mathématiques pour connaître et dominer les divers phénomènes naturels, mais aussi pour organiser toutes les informations que nous recueillons de quelque manière, encore que nous sachions que l'approche mathématique laisse échapper ou écarte délibérément maintes circonstances de ce que nous observons. Or cette approche n'a pas toujours existé; elle n'est pas naturelle à toute société. Cette remarque impose une première constatation : nous vivons dans une société à laquelle l'élément mathématique est, sous une forme ou sous une autre, intimement incorporé. Non qu'il n'y eut pas de mathématiques ailleurs, mais c'est dans la société que nous connaissons aujourd'hui que leurs applications se sont étendues, que leur développement est systématiquement encouragé, que leur existence s'est vraiment institutionnalisée, bref qu'elles jouissent d'un véritable privilège social.

Cette impression peut être confirmée non seulement par des observations courantes, mais encore par une analyse historico-sociale du développement des mathématiques depuis la fin du XIXè siècle. Certes, pendant tout le XVIIIè siècle et le début du siècle suivant, les mathématiques « régnaient dans les Académies », en vertu du fait, universellement reconnu, que leur discipline avait valeur instrumentale, qu'elle était indispensable aux sciences de la nature ; mais cette prééminence était tout de même loin de s'affirmer aussi amplement qu'aujourd'hui, c'est-à-dire au point, comme on l'a écrit, de « *diriger notre monde au nom de sa logique inexorable* ». Au contraire, « *pendant fort longtemps, il allait presque de soi qu'un élève destiné à de longues études et à de hautes fonctions sociales, devait faire du latin et même, si possible, du grec* », ainsi que l'a remarqué Pierre Samuel. Ce fait vaut, à juste titre, d'être souligné, car il a une signification sociale ; et il est même l'indicateur principal du rôle actuellement dominant des mathématiques dans la société.

Etant donné son caractère relativement récent, cette prééminence des mathématiques à la surface sociale doit pouvoir s'expliquer. Elle n'est sans doute pas due à une subite sensibilité collective aux charmes de cette discipline on ne peut plus abstraite, et personne aujourd'hui n'irait justifier la vogue mathématicienne, s'il y succombe, par l'attrait que cette science exerce en vertu des rapports « d'ordre, de proportion et d'harmonie » qui s'y manifestent, ou de la beauté et de la symétrie des théorèmes qui y sont établis. D'une part personne n'est mathématicien né, et personne n'est Pythagore. D'autre part, les mathématiques connaissent aujourd'hui bien des phénomènes disharmonieux, et ne s'intéressent pas aux seules propriétés où se manifestent l'ordre et la beauté. Du reste, la tendance actuelle est plutôt, par exemple, à la préférence de l'algèbre à la géométrie, de la mémoire à l'imagination, si l'on nous permet d'employer ce langage désuet. Or, et nous citerons de nouveau un mathématicien, « *l'éviction de la géométrie serait essentiellement un problème sociologique* ». Il y a donc quelque chose, dans les mathématiques, qui concerne la société et se trouve concerné par elle.

Il est alors nécessaire de poser la question des rapports entre les mathématiques et la société. Mais où trouverons-nous les éléments d'une réponse sinon dans une théorie sociologique de la connaissance mathématique ? Et d'abord y-a-t-il *déjà* des théories sociologiques de la connaissance mathématique susceptibles de nous mettre sur la bonne voie ?

Pour confirmer ou étayer les premières remarques que nous avons faites en introduction, nous devrions disposer d'une théorie du savoir mathématique qui nous explique les aspects de son développement et les faits de style qui échappent à la contrainte strictement mathématique. Or une telle théorie n'existe pas. Bien qu'il 'existe une sociologie de la connaissance depuis qu'il y a de la sociologie, les doctrines sociologiques n'ont manifesté aucun intérêt spécifique aux mathématiques en particulier. C'est donc par le biais d'une sociologie de la connaissance en général que nous allons aborder le problème pour le moment.

Ce recours ne saurait, d'ailleurs, nous satisfaire entièrement. Car, il peut arriver qu'une théorie sociologique décrive assez exactement des faits ou des phénomènes vrais pour certains types de connaissance, mais non vrais de la connaissance mathématique et n'offrant rien que la communauté mathématicienne puisse reconnaître comme essentiel à son intérêt le plus proche. On peut apporter des preuves certaines d'une « collusion », ou d'une « complicité » ou d'une « correspondance » entre une certaine société et telle « philosophie », « idéologie », « théorie sociale » ou « théorie politique ». Mais le genre de parallèle qui donne généralement lieu à un rapprochement entre les produits « idéologiques » d'une société et certains de ses aspects infrastructurels — c'est-à-dire non mentaux — est peu convaincant lorsqu'il s'agit de sciences, et de mathématiques en particulier. En effet, s'il est aisé de montrer que toute science exacte institutionnalisée véhicule certainement un ensemble d'idées et de représentations qu'elle n'implique pas logiquement, il est quasi impossible de découvrir une homologie qui ne soit ni arbitraire ni triviale entre le statut des disciplines mathématiques d'un côté, et de l'autre, les caractères par lesquels on décrit, par exemple, l'entrepreneur capitaliste ou l'idéologie technocratique. Par ailleurs, il est certain que « l'influence sociale », le mainmise de la société sur les mathématiques, peut se faire par le truchement d'autres disciplines, les sciences physiques la plupart du temps, la philosophie parfois; mais en ce qui concerne les mathématiques elles-mêmes, on est en présence de structures abstraites auxquelles il est impossible de faire correspondre des segments de réalité sociale vivante.

On n'en doit pas moins reconnaître que, malgré leur insuffisance à suivre les axes de la pensée scientifique actuelle, malgré leur vieillissement, et malgré leur défaut d'une étude précise des mathématiques en particulier, distinctes des autres secteurs scientifiques, les théories sociologiques de la connaissance ont eu le mérite incontestable d'introduire la *problématique sociale* du savoir. Or, pour que cette problématique apparaisse, il fallait que l'élément social cessât d'être quelque chose d'accessoire et de complémentaire, imaginé par la nature pour parvenir à ses fins, comme le croyait Kant, par exemple, lorsqu'il écrivait que « *toute culture, tout art formant une parure de l'humanité, ainsi que l'ordre social le plus beau, sont les fruits de l'insociabilité, qui est forcée par elle-même de se discipliner, et d'épanouir de ce fait complètement, en s'imposant un tel artifice, les germes de la nature* ». Il fallait prendre au sérieux les relations de fait et de principe qui existent entre les développements du savoir et les formes de la culture, dont il porte l'empreinte et dont il n'est jamais qu'une province. Il fallait substituer à l'analyse, conçue dans le style du XVIIIè siècle, des propriétés et des formes de la représentation qui permettaient la connaissance en général, la nécessité de mettre à jour les conditions de la connaissance à partir des contenus empiriques qui sont donnés en elle. Aussi est-ce chez Comte que l'on trouve une théorie du savoir qui veut en être la sociologie, et une sociologie où les mathématiques sont analysées, avec, pour l'époque, tout l'intérêt qu'elles méritent.

Le point de vue de Comte ouvre effectivement une perspective à l'étude sociale de la connaissance, parce qu'il se propose la fondation d'une science de la société susceptible de fournir les bases d'une philosophie de la connaissance. Car, il n'y a pas de connaissance, aux yeux de Comte, qui ne s'explique par la nature sociale des hommes et qui cesse un seul instant d'être enfermée dans quelque société.

On pourrait justement objecter que c'est là un type de démarche antérieur au positivisme ; que Saint-Simon, par exemple, est allé plus loin dans cette voie qu'Auguste Comte, dans sa critique vigoureuse de Condorcet qui affirmait la primauté du progrès de la connaissance sur le progrès social. Saint-Simon fut, en effet, le premier à affirmer aussi clairement, l'existence d'une correspondance constante, en tous les temps, chez tous les peuples, entre les institutions sociales et les connaissances, correspondance que Condorcet saisissait globalement dans l'association naturelle, en un seul mouvement, de tous les types de progrès, dans les sciences aussi bien que dans les mœurs. D'autre part, Saint-Simon rend, certes, possible une réflexion sociale sur le savoir lui-même, dans la mesure où il marque une tendance profonde au panthéisme, laquelle permet de traiter les réalités intellectuelles et les réalités concrètes comme des émanations d'une seule nature et de considérer, ce qui est nouveau sous des mots anciens, que la « science de l'homme » étudie aussi bien la production des biens matériels par le travail sous différentes formes » que « la production des manières de connaître ». Certes encore, tous les types de travail et toutes les manières de produire ne sont susceptibles d'une étude que parce qu'il existe « une science, bien plus importante pour la société que les connaissances physiques et mathématiques », et cette science c'est celle qui étudie les fondements de la société elle-même. — Or, elle révèle le potentiel de la collectivité humaine dominée par l'avènement de la classe industrielle, avènement qui fait penser que « le paradis n'est pas en arrière de nous ou dans la vie céleste, mais dans notre vie future, sur terre ». — Certes, enfin, tout cela ne va pas sans des privilèges pour les mathématiques. Car, si « le parti industriel » est investi d'un tel espoir, c'est précisément parce que « ce parti possède la force du raisonnement », « ceux qui cultivent les sciences positives (qui sont les meilleurs raisonneurs) » étant « de son côté », et devenant de plus en plus nombreux. Les transformations sociales ont, en effet, entraîné une nouvelle hiérarchie du savoir, où les sciences positives occupent la première place. « *Au XVè siècle,* écrit Saint-Simon, dans le Mémoire de la Science de l'homme (1813), *l'enseignement public était presque entièrement théologique. Depuis la réforme de Luther jusqu'à la brillante époque du siècle de Louis XIV, l'étude des auteurs profanes, grecs et latins, s'est introduite par degrés dans l'instruction publique.., de manière que la science dite sacrée a été reléguée dans des écoles spéciales, auxquelles on a donné le nom de Séminaires..., Sous le règne de Louis XV, les sciences physiques et mathématiques ont commencé à faire partie de l'instruction publique; sous le règne de Louis XVI, elles y ont joué un rôle important; enfin, les choses sont arrivées au point qu'elles forment aujourd'hui la partie essentielle de l'enseignement... Telle est la différence, à cet égard, entre l'ancien ordre et le nouveau... que pour s'informer... si une personne avait reçu une éducation distinguée, on demandait : possède-t-elle bien ses auteurs grecs et latins ? et qu'on demande aujourd'hui : Est-elle forte en mathématiques ?*

On pourra méditer ce texte, que nous avons cité pour son actualité. Mais il faut dire qu'avec Saint-Simon on ne peut pas encore à proprement parler d'une sociologie dont les mathématiques constitueraient une préoccupation explicite. Saint-Simon, loin de nous fournir, fût-ce les rudiments sinon les principes d'une interrogation sur les mathématiques du point de vue de la société, ne nous livre qu'un témoignage sur la conscience que le début du XIXè siècle avait du rapport entre l'enseignement des sciences positives, des mathématiques en particulier, et l'essor industriel à ses débuts. De fait, c'est à Auguste Comte que revient la priorité dans la considération des types du savoir, en tant que constitutif de l'organisation sociale, pour autant que celle-ci est chaque fois l'expression du rapport d'un collectif humain à l'univers qui l'entoure.

Point remarquable, A. Comte a vu et établi que la condition nécessaire et suffisante à la constitution d'une science sociale, c'est-à-dire à l'accès de la société au statut d'objet de connaissance, consiste à prendre acte du *fait* qu'il est devenu impossible « de méconnaître la destination finale de l'intelligence humaine pour les études positives ». Autrement dit, tout phénomène, quelles que soient sa nature et sa complexité, comporte un aspect par lequel il est accessible à une connaissance positive. Mais, simultanément, il faut prendre acte du *fait* que « la philosophie positive », telle qu'on peut l'appréhender à travers la constitution du savoir astronomique, physico-mathématique, chimique, etc.., n'embrasse pas tous les ordres de phénomènes. Bref, il faut encore exécuter « une grande opération scientifique » pour donner son statut au savoir dont l'objet serait le sphère des phénomènes sociaux. Ce qui ne peut se faire par simple extension du domaine de positivité déjà constitué. Entendons qu'il ne saurait y avoir de science sociale par simple transport de méthodes déjà établies ; en un mot, il ne suffit pas d'appliquer des procédés numériques aux phénomènes sociaux pour constituer une science sociale. La société, étant le lieu même où tout savoir se produit, n'est pas accessible à l'un des savoirs qu'elle constitue. C'est pourquoi toute le philosophie positive ne vise enfin, à travers la classification des sciences qu'elle a promue au niveau d'un problème philosophique fondamental, qu'à établir « la prééminence philosophique de l'esprit sociologique sur l'esprit mathématique », car « la liaison mathématique entre les phénomènes ne saurait être que précaire et stérile, en même temps que forcée et insuffisante », si on se contente de la fonder sur de « vagues et chimériques hypothèses ». La société, comme objet de science, est irréductible à d'autres phénomènes, plus élémentaires.

Il en résulterait normalement que toute manifestation particulière du savoir se trouverait en liaison fondamentale, d'abord de manière générale avec les conditions organiques dont elle dépend, ensuite et en particulier, avec la forme de société où elle se développe. La loi historique des trois états exprime cette relativisation des connaissances chaque branche passant successivement par trois étapes différentes : l'état théologique ou fictif, où l'on distingue encore trois âges essentiels, ceux du fétichisme, du polythéisme et du monothéisme ; l'état métaphysique ou abstrait ; enfin, l'état scientifique ou positif.

Que les mathématiques anciennes diffèrent de celles des temps modernes c'est ce qu'on voit d'abord à la façon dont elles sont enseignées et transmises. On peut penser, par exemple, qu'à l'âge théologique, l'enseignement consiste essentiellement à transmettre des recettes techniques. Qu'à l'âge métaphysique s'effectue quelque chose comme une dispersion des mathématiques parmi des calculs, rigoureux mais épars. Qu'à l'âge positif, enfin, il y aurait une organisation du savoir mathématique conscient désormais de son rôle et de son potentiel. La perspective d'A. Comte n'est heureusement pas aussi simple. A. Comte remarque d'abord, que tandis qu'un géomètre de l'Antiquité se formait par l'étude succesive d'un très petit nombre de traités originaux, essentiellement les écrits d'Archimède et d'Apollonius, « *un géomètre moderne a communément terminé son éducation, sans avoir lu un seul ouvrage original, excepté relativement aux découvertes les plus récentes, qu'on ne peut connaître que par ce moyen* ». Ce qui veut dire qu'une sociologie moderne des mathématiques est obligatoirement, pour une part au moins, une sociologie des manuels de mathématiques. Le manuel s'est désormais imposé comme intermédiaire indispensable entre la société et les mathématiques. Ensuite, Comte saisit clairement que la révolution cartésienne, qui rendit possible la géométrie analytique, s'est opérée après que l'orientation vers l'objet mathématique se soit elle-même modifiée; la révolution cartésienne est une véritable libération des forces intellectuelles, qu'elle dirige vers des questions plus générales, à l'aise de notions nouvelles, qu'on n'aurait jamais pu introduire « en ajoutant quelques nouvelles courbes » au petit nombre de celles qu'on avait déjà étudiées par l'ancienne méthode. Si celles-ci n'intéressent plus le mathématicien, cela tient à ce que la révolution philosophique opérée en géométrie par Descartes « a dû singulièrement diminuer l'importance de semblables recherches ».

Ne relevons pas davantage de remarques de détail, bien qu'elles soient, chez A. Comte, plus importantes que ce qu'on lit dans les développements consacrés explicitement aux mathématiques, où sont véhiculées les idées courantes dans le milieu de Polytechnique, au temps où notre auteur était élève de cette illustre Ecole. En multipliant et en rassemblant des notations, du genre de celles dont nous avons reproduit l'essentiel au paragraphe précédent, on s'apercevrait qu'elles tendent à une certaine unité et qu'elles résistent encore aujourd'hui à la critique. Bien des sociologues du savoir ne font actuellement que dire doctement des évidences qui n'étaient pas du tout immédiatement intelligibles à l'époque de Comte, en raison de l'idéalisme dominant. Par exemple, l'idée que l'« élément scientifique » entretient des relations, non seulement plus ou moins directes, mais encore absolument organiques, avec certaines demandes militaires. Jusqu'alors, dit Comte, la science avait reçu des encouragements facultatifs ; à présent la protection des sciences devient systématique, et, « pour tous les gouvernements occidentaux, un véritable devoir », en vertu de la liaison étroite des sciences exactes avec les procédés militaires et avec l'essor industriel. Or, ce dernier est, à son tour, conditionné « spécialement par l'institution des armées soldées ». D'autres institutions, au dessein non moins militaire, semblent, à lire un mathématicien contemporain, René Thomy à l'origine de l'engouement actuel pour les mathématiques ; le lancement des satellites aurait joué le rôle de l'aimant attirant l'attention du public sur les techniques mathématiques.

Il va sans dire que Comte n'a pas systématisé cette théorie des rapports entre les mathématiques et l'organisation sociale ; elle reste pour une grande part implicite et ne reçoit pas toute la précision voulue. Mais justement, cette esquisse que nous a laissée Comte est d'autant plus précieuse, qu'elle n'a pas été non plus exploitée par d'autres que lui. C'est qu'en fait les choses sont délicates. Comte, comme tous les philosophes traditionnels, n'a pas manqué de souligner l'originalité des mathématiques ; leur autonomie (relative) à l'égard du social. Ce qui s'explique, selon lui, de deux façons : d'une part, l'esprit positif se manifeste dès l'origine, bien qu'il soit encore dominé par les croyances non positives ; le germe de la philosophie positive est tout aussi primitif que celui de la philosophie théologique, bien qu'il n'ait pu se développer que plus tardivement. D'autre part, et plus particulièrement, les rudiments de positivité sont d'autant plus anciens qu'ils sont plus simples, d'autant plus résistants à la théologie qu'ils ont un caractère de généralité et d'abstraction plus grandes. Chacun reconnaîtra ici que ce sont les idées mathématiques qui sont appelées à former le berceau de la positivité. Bien plus, leur présence, dans la mesure où il s'agit pour Comte de mathématiques essentiellement appliquées, constituant ainsi, dans le cas de la géométrie surtout, de mode le plus simple de l'existence inorganique, marque l'introduction d'un modificateur graduel de la philosophie primitive. D'un principe de dissolution pour les croyances théologiques ou métaphysiques, sûr, efficace, mais dont l'action est, pour ainsi dire, plutôt intermittente que continue, justement parce qu'il n'est pas toujours accordé aux conditions sociales qui l'entourent. Avec Thalès, Pythagore, Hipparque et Archimède — Archimède surtout, dont l'intérêt pour les applications pratiques préfigure l'idée des immenses services que la science devait rendre un jour à l'industrie — l'esprit scientifique s'était développé avec une telle plénitude qu'il suscite pour la philosophie de l'histoire, une question caractéristique : comment expliquer que les dispositions éveillées n'aient pas été immédiatement mises à profit et qu'un intervalle de quinze siècles sépare l'élaboration astronomique d'Hipparque des découvertes de Képler, pour ne prendre que cet exemple ? Ni les situations historiques ni les mérites personnels ne renferment l'explication. La recherche de celle-ci nous renvoie à la théorie complexe des facteurs dominants, celle de la présidence, de la souveraineté, de l'ascendant de certains caractères sociaux ; l'évolution scientifique dépend de tout l'essor mental, et celui-ci peut comporter des éléments incompatibles entre eux qui obcurcissent l'horizon de la science. Un horizon jamais disponible à l'état pur, multiplement connexe, multiplement compact, suffisamment mobile pour ruiner toute prétention à l'absolu, sans jamais assujettir ce qui est scientifiquement établi à une histoire purement arbitraire. Car, le progrès est toujours maturité et développement de l'expérience, habité dès l'origine par des lois logiques, essentiellement invariables, communes à tous les temps et tous les lieux, et même aux sujets quelconques.

Les travaux des sociologues classiques qui se sont intéressés aux formes de la connaissance, restent, pour ce qui concerne les mathématiques, bien en deçà. Ainsi, le philosophe autrichien, Jerusalem, qui a créé l'expression « sociologie du savoir » et plaidé pour une étroite dépendance du social et du pensable, n'a fait que traduire en termes sociologiques le langage transcendental. Le grand Durkheimn lui-même est, à certains égards, en retrait par rapport à Comte ; il fait dériver, en effet, la connaissance de la religion, perspective hasardeuse et en tous cas moins prudente que celle de Comte qui montre une présence simultanée, dès l'origine, d'éléments positifs et d'éléments antagonistes provisoirement dominants, évitant par là l'écueil d'avoir à dériver le savoir du social ou d'un de ses aspects. Par ailleurs, Durkheim, en suggérant la relation des catégories d'espace et de temps avec la structure sociale où elles sont produites, veut assigner une origine sociale à l'ensemble des catégories de l'entendement, c'est-à-dire aux concepts de genre, de nombre, de cause, de substance, par quoi il se rend tributaire de la théorie de la connaissance de Hamelin. Aussi sa sociologie véhicule-t-elle, quand elle se passe d'enquête empirique, les préjugés typiques d'une théorie de la connaissance bien datée. Enfin, et surtout, les mathématiques n'intéressent ni directement ni explicitement Durkheim ; car, cela n'avance à rien de dire que l'idée de nombre correspond aux propriétés les plus universelles de l'être.

On pourrait attendre mieux de Lucien Levy-Bruhl. Celui-ci, en effet, était plus sensible à la pluralité des genres de connaissance, et, dans sa dernière oeuvre, à la diversité de leurs rôles dans différents types de société. On sait qu'il a d'abord soutenu la thèse de la loi de « participation mystique » comme substitut, dans les sociétés archaïques, des principes logiques ayant cours dans les sociétés « civilisées ». Puis il a évolué, par la suite, vers l'idée d'une logique primitive spécifique, opposée à la logique développée sous la contrainte de la rationalité. Mais nulle part notre problème n'est envisagé pour lui-même, ni ne bénéficie des résultats recueillis. Les autres efforts sont également décevants, à l'exception peut-être de ceux de Max Scheler, qui traite de la connaissance mathématique sous la rubrique de la connaissance scientifique ; Scheler prend ses distances, le premier, à l'égard de la philosophie de la connaissance traditionnelle. Très proche du perspectivisme husserlien, il considère, par exemple, que la table des catégories de Kant correspond simplement à la configuration conceptuelle qui a dominé l'Europe occidentale à un certain moment de son histoire. Scheler relativise tous les apriori subjectifs, c'est-à-dire tous les « sujets collectifs » qu'on imaginait au principe de la connaissance, échappant ainsi à la tentation de sociologiser le cogito, c'est-à-dire de substituer au sujet cartésien sur lequel se fonde le rationalisme classique un sujet collectif, le groupe et l'époque. L'intérêt principal de sociologie est l'analyse explicite de ce que Scheler considère comme déterminant l'essence de la science positive, laquelle doit son origine à la jonction de deux couches sociales séparées au départ, mais condamnées à collaborer de plus en plus rationnellement : celle des contemplatifs libres et celle des hommes de métiers et d'expérience. C'est la première qui garantit à la seconde le fondement méthodique logique et mathématique ; la seconde procure le rapport à la technique, à la mesure, à une expérimentation d'un type nouveau, échappant au hasard, impliquant une manipulation des corps et des forces naturelles familière en premier lieu aux cultures patriarcales expansives, à des sociétés organisées différemment des sociétés matriarcales, introverties. L'attitude de Scheler consiste donc à refuser à la fois le pragmatisme, la conception de la science positive, ou des mathématiques en particulier, qui en fait une science totalement issue de la technique, et la conception intellectualiste qui n'entend la relier qu'à la philosophie. Partout où il y eut science positive c'est donc sur la base de l'association de la philosophie avec l'expérience du travail. Les formes des techniques de production et du travail humain correspondent aux formes de la pensée scientifique et positive sans que les unes soient la cause ou les effets des autres. La technique n'est pas la simple application d'une science pure qui la précède ; car, la volonté de puissance dirigée sur tel ou tel domaine détermine à l'avance les méthodes de pensée et d'intuition aussi bien que les buts de l'activité scientifique, mais elle les détermine de manière inaccessible à la conscience des individus, hors du champ de visibilité immédiate du chercheur ou du savant.

Il y aurait donc lieu d'établir une typologie générale des systèmes de pensée qui se succèdent en reprenant chacun, et chacun à sa façon, des problèmes principaux qui se posent. Mais par là Scheler tend à se rapprocher de la théorie des visions du monde chère à Dilthey et qui ne nous dit rien d'important sur notre sujet.

Dire avec Scheler que la « volonté de puissance » habite la profondeur invisible du projet scientifique rend la mathématique elle-même, si pure qu'elle soit, à la réalité sociale où elle se forme: l'« idéologie » habite fondamentalement le savoir. Mais c'est là une vérité qui ne nous apparaît qu'à travers des analyses conceptuelles parfois trop abstraites pour être concrétisées, ou trop engagées dans la philosophie pour garder toute leur signification sociale. C'est sans doute la raison pour laquelle on ne trouve, en fin de compte, aucune analyse concrète des rapports entre mathématiques et société dans les travaux de Scheler, ni, non plus, dans ceux de celui qui fut le philosophe de la connaissance par excellence : Karl Mannheim.

En effet, Karl Mannheim, parti d'une réflexion sur l'interprétation des œuvres culturelles, sur l'analyse structurale de la théorie de la conaissance et sur la problématique d'une logique de la philosophie, a développé sa théorie de la connaissance d'abord dans le cadre des problèmes inhérents à l'interprétation sociologique des oeuvres, avec le souci de voir si l'examen peut mettre en lumière dans l'œuvre quelque chose qui échappe à l'ensemble des conditions sociales. Mannheim aperçoit la distance qui sépare l'individu de l'œuvre objective, qu'elle soit artistique ou scientifique. En France, L. Goldmann et même Sartre, retrouvent la même réflexion sur la notion d'œuvre, mais ne considèrent guère plus que Manneim les mathématiques en particulier, peut-être parce que là, plus qu'ailleurs, apparaît la fragilité de cette notion d'œuvre. Par ailleurs, Mannheim s'en tient à des questions de nature trop existentielle (où sommes nous ? qu'est-ce interpréter ? Quelles sont les différentes formes de l'interprétation ? ou trop générales : Que veut dire « connaître » ? Où en sommes nous du devenir historique ? De quel lieu envisageons nous notre univers intellectuel ?) que leur résonnance pathétique situe tout à fait historiquement et socialement.

La philosophie marxiste, de Marx à ses interprètes les plus récents, est restée plus fidèle à l'inspiration concrète, à l'analyse du procès de la connaissance réelle, non seulement en tant que fonction d'un ensemble de conditions historiques dont on définit la nature et les articulations, mais encore et surtout en tant que travail actuel élaboré sur la base des résultats de travaux effectivement disponibles. Or, par ce biais, le marxisme tendait plutôt à élaborer une épistémologie concrète des mathématiques : la dialectique interne d'un mouvement singulier en tant qu'il est révélé, strictement parlant, par ce mouvement même. Une certaine autonomie du secteur mathématique s'affirme par là, et contredit la thèse générale d'Engels, pour qui la science est l'une des régions idéologiques supérieures, le besoin économique ayant été et n'ayant cessé de devenir davantage le « principal ressort du progrès de la connaissance de la nature » : les scientifiques s'imaginent seulement « qu'ils travaillent sur un terrain indépendant » ; en réalité, tout en constituant un groupe autonome au sein de la division sociale du travail, tout en exerçant, en retour, une certaine influence sur le développement social, voire le développement économique, ils n'en sont pas moins sous l'influence dominante de ce dernier. Cependant, toute la difficulté consiste à interpréter, conceptualiser l'idée de cette « influence » qui, pour éviter toute connotation mystique, devra être dissociée en la possibilité de l'intervention des résultats scientifiques dans tel domaine économique et social, et, d'autre part, en pratique relativement autonome, avec une structure et une histoire propres.

Telles sont les théories qui envisagent plus ou moins implicitement le problème des rapports entre les mathématiques et la société. Nous n'avons point considéré celles qui n'en traitent que de manière fort indirecte : celle de Max Weber, par exemple, sous la forme de la rationalité occidentale comme effet, au même titre que le capitalisme moderne, de l'éthique protestante. Nous avons ainsi rencontré un certain nombre de questions qui auraient pu donner lieu à des enquêtes intéressantes sur les rapports des mathématiques et de la société aujourd'hui, mais toutes les théories dont nous avons parlé restent épistémologiquement en retard sur les mathématiques. Les indications que nous avons recueillies constituent donc les cases vides d'un programme inaccompli.

Aussi une réflexion plus actuelle s'est-elle avérée indispensable. Aujourd'hui, en effet, la mathématique semble être devenue une préoccupation éminemment sociale, et de plusieurs manières :

1. en tant qu'elle est devenue un outil indispensable, bien qu'insuffisant, à toute science sociale ;

2. en tant que mode de savoir dominant de la société technologique ;

3. en tant, enfin, qu'elle s'est imposée comme constituante essentielle d'une nouvelle culture de base.

Tout d'abord, la mathématique a conquis, il est vrai, le domaine social. La sociologie, par exemple, ne recourt pas seulement aux méthodes quantitatives pour l'analyse des données, mais à une foule d'outils mathématiques plus perfectionnés.

Remarquons, au préalable, que la mathématisation du social a ses origines propres. Elle ne semble pas résulter de la simple extension au social des méthodes qui ont fait leurs preuves dans le domaine de la nature. C'est pourquoi l'on ne trouvera pas à l'origine du projet d'une science sociale le souci de construire un concept abstrait de la « société ». Autrement dit, si c'est la sociologie empirique qui s'est le plus ouverte, et le plus utilement, aux mathématiques, le projet de cette sociologie empirique existe tel quel dès l'apparition des premiers efforts de comprendre les divers phénomènes aujourd'hui rangés sous la rubrique des sciences sociales.

Les premiers essais pour introduire la quantification dans les sujets d'ordre social coïncident avec la naissance de la science moderne du mouvement. Le même siècle a enfanté deux disciplines aussi différentes que la mécanique et la sociologie quantitative. Certes c'est, ici et là, le même besoin de maîtriser l'apparence désordonnée en fondant une approche méthodique et réfléchie, d'une part, des phénomènes naturels, de l'autre, des phénomènes sociaux. Mais chacune de ces deux entreprises, qui n'eurent d'ailleurs pas le même succès, mettait en oeuvre une rationalité manifestement pas homogène à celle mise en oeuvre dans l'autre. L'outil de la physique mathématique n'est pas celui qui sert à déterminer si un ensemble de données numériques, recueillies d'une certaine façon, permet de dégager une certaine régularité, sinon d'établir une nouvelle espèce de loi.

La coïncidence historique de ces préoccupations d'orientation opposée décèle une intention de rationalité, qu'il est quelque peu imprudent de rapporter, comme à leur cause commune, à l'esprit du rationalisme montant. Il se peut bien que cette rencontre ne fût pas l'oeuvre pure du hasard, mais les recherches actuelles ne permettent pas, pour le moment, d'en établir la nécessité de manière convaincante.

Cependant, un certain nombre de faits bien établis révèlent certaines dépendances entre les préoccupations de rationalité économique et sociale et certaines exigences mercantilistes : la création des systèmes d'assurances, l'organisation du crédit public, le recours aux dénombrements démographiques, etc... toutes choses rendant indisponsable un fondement numérique sûr et permettant d'établir un ordre financier rigoureux, de limiter le gaspillage, de réduire le parasitisme social favorisé par les modes de vie plus anciens, de valoriser, enfin, le travail en y soumettant les princes eux-mêmes dont les fonctions devaient désormais être liées à des objectifs économiques précis.

La nouvelle dimension des Etats, et leur inféodation à la conquête des premières richesses exigeaient donc une meilleure connaissance de leur situation démographique et financière, et ont, par conséquent, directement commandé le développement de la *statistique*, comme science de l'Etat (Staatskunde), ainsi que le suggère le mot lui-même, introduit en 1749 par Achenwall, professeur à Göttingen. Certes, en tant que simple désignation de l'activité qui consiste à recueillir des données permettant de connaître la situation des Etats, les statistiques trouvent un ancêtre dans « la science des listes » si développée par les Sumériens qui ne négligeaient jamais de répartir par séries et par catégories les données de l'expérience, et plus encore, dans le recensement des productions agricoles qui remontent, en Egypte, à plus de deux mille ans : les pharaons cherchaient, en effet, le moyen infaillible d'obliger tous les chefs de famille à payer les taxes individuelles et personnelles ; plus récemment, le capitalisme des grands marchands de drap de Venise se dota d'une organisation rationnelle et d'une structure bureaucratique qui a pu fournir un modèle aux Pays-Bas du XVIIè siècle, où la renaissance mercantiliste s'est accompagnée d'un renouveau de l'enquête statistique attesté par les quelque soixante volumes des *Respublica Alzeviriana*, où l'on trouve des informations sur l'Economie des Etats.

C'est bien au XVIIè siècle que l'on peut trouver l'ancêtre direct de la statistique actuelle. Car, c'est au XVIIè siècle que s'accuse le plus nettement le rapport profond entre la société et l'Etat. La définition de la statistique que retient Cournot, dans sa « Théorie des chances et des probabilités », nous montre rétrospectivement la conscience qu'on avait de ce rapport : « *on entend principalement*, nous dit-il, *par statistique, comme l'indique l'étymologie, le recueil des faits auxquels donne lieu l'agglomération des hommes en sociétés politiques* ». « *en tant que ces faits sont susceptibles de dénombrement et d'évaluation numérique* ». C'est Colbert, en France, qui avait ordonné des enquêtes, qui fournissent toutes ces statistiques dont regorgent les mémoires des intendants. Le procédé devient progressivement systématique, et comme un moyen de gouvernement.

Progressivement, la perception du socio-politique devient aussi peu commune et immédiate que celle des phénomènes naturels. Si bien qu'on peut bientôt dire des phénomènes socio-culturels ce que Newton disait des phénomènes naturels : « *le moindre fait qui s'offre à nos yeux est tel qu'on ne peut sans une extrême adresse démêler tout ce qui y entre, ni même sans une sagacité extrême soupçonner tout ce qui y peut entrer* ».

Mais si le lieu d'application originaire de la statistique est le domaine socio-politique, c'est d'avoir fonctionné comme lieu d'application de la théorie des probabilités qu'elle a eu un destin tout autre que celui des divers recueils de données sur la situation des Etats. Dès 1570 Cardan s'était intéressé aux statistiques relatives à la durée de la vie humaine ; plus tard, l'astronome anglais Halley n'a pas dédaigné de publier (en 1693) une *Breslau Table of Mortality*, première tentative d'établir une table des mortalités sur des données concrètes. Ces tables de mortalité furent un des premiers résultats à répandre la culte des déterminations numériques dans l'ordre socio-politique, comme le montre l'œuvre de Süssmilch (1707-1757) sur *l'Ordre divin prouvé par la natalité, la mortalité et la fertilité du genre humain*. L'engouement devient bientôt général : y participent non seulement les théologiens mais aussi les hommes de lettres et de sciences, et Buffon, par exemple, le justifie en alléguant que « *de toutes les probabilités morales possibles, celles qui affecte le plus l'homme en général c'est la crainte de la mort* ». En fait, il est la marque du succès des premières statistiques médicales, commencées dès l'œuvre de Graunt (*Natural and political observations mentioned in a following index and made upon the Bills of Mortality*, 1662), et se poursuivent tout au long du XVIIIè siècle, où apparaît justement, dans la littérature, la nouvelle rhétorique toute logique et toute rationnelle, fortement imprégnée du prestige des chiffres. Qu'on en juge par ce discours de Voltaire sur la prophylaxie de la variole :

« *Il y a quelques gens qui prétendent que les Circassiens prirent autrefois cette coutume des Arabes ; mais nous laissons ce point d'histoire à éclaircir par quelque savant Bénédictin, qui ne manquera pas de composer là-dessus plusieurs volumes in folio avec les preuves. Tout ce que j'ai à dire sur cette matière, c'est que, dans le commencement du règne de Georges 1er, Mme de Wortley-Montaigu... était avec son mari en ambassade à Constantinople, s'avisa de donner sans scrupule la petite vérole à un enfant dont elle était accouchée en ce pays... Cette dame, de retour à Londres* *fit part de son expérience à la Princesse de Calles, qui est aujourd'hui Reine... Dès que la Reine eut entendu parler de l'innoculation ou insertion de la petite vérole, elle en fit faire l'épreuve sur quatre criminels condamnés à mort...* ».

Suit l'argument fondamental aux yeux de Voltaire :

« *Sur cent personnes dans le monde, soixante au moins ont la petite vérole ; de ces soixante, vingt en meurent dans les années les plus favorables et vingt en conservent pour toujours de fâcheux restes : voilà donc la cinquième partie des hommes que cette maladie tue ou enlaidit sûrement* ».

La leçon à en tirer est qu'« *une Nation commerçante est toujours fort alerte sur ses intérêts, et ne néglige rien des connaissances qui peuvent être utiles à son négoce* ». (cf. La onzième lettre philosophique, sur l'insertion de la petite vérole).

Voilà pourquoi, Diderot, de son côté, déplore qu'on ait donné trop d'importance dans les écoles à l'étude des mots, alors que le spectacle de l'industrie humaine est en lui-même grand et satisfaisant pour développer « l'instinct de la précision », pour faire sentir, dans les cas de probabilité, l'écart plus ou moins grand par rapport au vrai, pour faire apprécier les incertitudes, « calculer les chances », faire sa part au sort ; bref, *c'est en ce sens,* conclut Diderot, *que les mathématiques deviennent une science usuelle, une règle de la vie, une balance universelle* ».

Le talent littéraire s'est donc lui-même mêlé de cette valorisation du nombre, de la quantité et de la statistique ; d'où cet engouement, caractéristique du XVIIIè siècle, bien exprimé par un Voltaire, ambitieux de réunir le titre de géomètre à celui de poète et d'historien ; d'où l'admiration de tous pour Buffon, qui communique aux sciences, y compris l'Arithmétique morale ou politique, le charme dont les lettres avaient eu jusque là l'exclusive. Il en résulte une certaine popularité des sciences en général, assez profonde en France où les meilleurs ouvrages sont écrits dans un style à la fois accessible et modèle, lors même que les ouvrages de Gauss ou de Newton se trouvaient en latin. Cette pénétration par la science et ses applications de la littérature elle-même, marque le point de départ d'une période qui vient à peine de s'achever, et dont la fin est saluée par les mathématiciens contemporains qui se félicitent que les mathématiques peuvent aujourd'hui s'exposer avec une rigueur telle qu'elle exclut le genre d'« exposé décoratif » qui permettait à certains de briguer à la fois l'Académie des Sciences et l'Académie Française. C'est que ce prestige des mathématiques s'illustrait, en effet, plus par une précision excessive, à laquelle se joignait la passion du pittoresque, que par un souci d'objectivité et de rigueur. La mathématique offrait un arsenal de métaphores et de modèles pour concrétiser telle ou telle idée. Même Roussau n'échappe pas à cette façon de faire, qui expose dans le « *Contrat Social* », une théorie du gouvernement sur le modèle d'une théorie des proportions.

Le désir d'étendre les mathématiques aux domaines appartenant à la société plutôt qu'à la nature, existe donc réellement, surtout chez les premiers statisticiens. Mais ces efforts précurseurs ne dépassent pas de stade prescientifique : les enquêtes statistiques de ce temps respectent rarement les normes de l'enquête empirique, telles qu'elles seront dressées plus tard. William Petty dont Lazarsfeld fait le précurseur d'idées qui n'ont été que récemment reconnues comme des découvertes, doit être replacé, comme l'a fortement souligné l'historien Le Roy Ladurie, dans son époque, une époque où les moyens dont disposaient les statisticiens étaient particulièrement pauvres, ce qui explique que l'on suppléait le vide de l'information par l'audace des déductions.

C'est pourquoi l'histoire de la quantification du social doit être revue, et reconsidérée également à la lumière des oppositions à la statistique. Celles-ci ont été exprimées au coeur du XIXè siècle par A Comte et réitérées par C. Bernard, qui est sans doute allé plus loin dans la critique et la mise en valeur du ridicule des statistiques aveuglément appliquées : par exemple, si on recueille l'urine d'un homme pendant vingt quatre heures et qu'on mélange tous les échantillons pour avoir l'analyse de « l'urine moyenne » on aura l'analyse d'une urine qui n'existe pas. Ce qui a rendu la statistique inacceptable aux esprits les plus positifs, c'est précisément sa tendance à chiffrer n'importe comment, à quantifier sans méthode, si bien que Cournot, auteur du premier effort sérieux de mathématiser la théorie des richesses, pensait qu'un statisticien ou un financier ne peuvent guère être considérés comme des mathématiciens, et que nombres et mesures n'étaient pas forcément des mathématiques. C'est dire que le besoin de gestion ou d'administration ne peut tenir lieu de fondement scientifique, ni de concept, ni de théorie, ni de légitimation philosophique, et si l'application des statistiques au social a peu à peu balayé les scrupules, c'est que le perfectionnement de la science a induit un raffinement de l'analyse des faits considérés.

a) L'engouement pour les statistiques ne fera plus sourire à partir du moment où elles seront fondées sur le calcul des probabilités. Or, si Adolphe Quêtelet fut, à coup sûr, le premier à voir tout le parti que pouvait tirer une « physique sociale » des travaux de Fourier et de Laplace sur la probabilité mathématique. D'abord intéressé par des moyennes et des taux pour des propriétés généralement d'ordre démographique, il étendit bientôt ses investigations, vers 1840, à la *distribution* de ces propriétés, en se laissant guider par l'analogie qu'il remarquait entre la distribution de la taille et du poids des êtres humains et celle, mieux connue, des erreurs d'observation. C'est là une application anthropologique qui inspire encore aujourd'hui l'histoire quantitative lorsqu'elle étudie, par exemple, les archives de recrutement militaire. Mais l'œuvre de Quêtelet restant dans l'ensemble assez confuse, et encore implicite quant à ses principes, suscitera des critiques dont les plus célèbres sont celles que lui adresse M. Halbwachs dans « *La théorie de l'homme moyen* » (1912). Lazarsfeld remarque à juste titre qu'en réalité c'est seulement après plusieurs décennies, avec le développement des « processus stochastiques » que le mouvement inauguré par Quêtelet fut repris et que fut démontrée l'applicabilité du calcul des probabilités à ce que Halbwachs appelait le domaine de « l'interaction sociale ». Par exemple, la distribution binomiale exprime la situation d'un bal où les hommes et les femmes, celles-ci étant en plus grand nombre, ne se connaissent pas : à l'ouverture du bal, chaque cavalier choisit une cavalière au hasard en tirant son nom au sort, et au bout de dix danses on peut ainsi classer les noms des danseuses selon le nombre de fois où elles ont été invitées. Or, si les cavalières choisies la première fois bénéficient de la croyance d'être les plus désirables, elles auront plus de chances d'être choisies, si bien que tout se passe comme si, dès la seconde danse, les noms des cavalières choisies la première fois, étaient mis deux fois dans le chapeau. Si l'on répète l'expérience, le nombre des danseurs ayant eu le plus ou le moins de succès demeure le même. Ainsi rien n'empêche le développement de processus stochastiques où les probabilités des choix individuels à l'instant $t+1$ dépend de la distribution totale de la probabilité à l'instant. On ne peut en conclure comme le fait Lazarsfeld, que Quêtelet avait raison contre Durkheim ; l'acquis positif de chacun des deux points de vue semble aujourd'hui conservé, car il n'est pas dit que l'explication de la méthode de Durkheim, dans son étude sur le Suicide, ne mène pas au même résultat que la systématisation des remarques de Quêtelet postulant qu'on peut mesurer l'inobservable si l'on suppose des relations mathématiques entre caractères observables et variables non observables, ou notant qu'on peut substituer une seule observation dans le temps portant sur une grande quantité de gens à des observations répétées sur une même personne.

b) Non seulement, il a fallu attendre le début du siècle pour disposer d'une bonne méthodologie statistique, c'est-à-dire de la théorie qui permet, en raison d'un concept convenable de l'inférence statistique, de passer des données observables à des conclusions sur les lois de probabilité qui régissent ces données. Autrement dit, il a fallu le développement de la statistique mathématique pour que le langage des sciences sociales lui-même puisse être remis en chantier, être passé au crible d'une conceptualisation critique et d'une redéfinition de ses notions opératoires. Ce dont témoigne bien la nécessité, vivement ressentie par Lazarsfeld, d'analyser et de délimiter les objets empiriques, de clarifier et d'expliquer les termes, tâche de nature bien peu empirique bien qu'elle soit inscrite dans le cadre d'une élucidation aussi précise que possible de l'enquête empirique. Celle-ci ne veut plus rester aveugle sur la jonction qu'elle effectue entre le langage dans lequel elle s'exprime sur ses objets et les moyens qui permettent l'expression quantifiée. Tentative d'homogénéiser l'objet de l'enquête et son appréhension scientifique, de fixer les conditions de l'applicabilité des concepts retenus à certains ensembles d'éléments observables. Les réactions de la théorie des processus stochastiques au social restent assez limitées : l'analyse d'un modèle stochastique devient, en effet, très complexe, dès que les hypothèses qu'il exprime dépassent un niveau simple ; en particulier le nombre de variables intervenant dans le modèle devra être assez petit.

Bien que les statistiques aient permis de traiter mathématiquement des notions que d'aucuns croyaient réfractaires par nature, elles ne constituent certes pas le seul traitement mathématique possible des phénomènes sociaux. On connaît ainsi un exemple d'application des probabilités ayant un fondement étranger à toute préoccupation statistique. Condorcet a créé, en effet, une science sociale mathématique sur la base d'une philosophie sociale contractualiste, fondée sur les notions de volonté et d'intérêt généraux. Cette idée, qui est aussi celle de Locke, de Rousseau, de Diderot, implique une conception de la conduite humaine en termes de décision et de choix : toute forme de décision collective, tout suffrage, peuvent être considérés comme l'agrégation de volontés et d'intérêts particuliers. Le suffrage, qui est ainsi fondamental, implique que le vote est un pari. Se pose alors une question : comment éviter au parieur les inconséquences possibles de son choix ? Ce que les sociologues nomment *l'effet Condorcet* montre que l'agrégation de jugements raisonnables donne naissance à des jugements déraisonnables et que la notion de volonté générale n'est pas si claire qu'on le croit à première vue. Le traitement mathématique de cette difficulté débouche sur deux catégories hétérogènes de problèmes : la définition d'une mesure d'utilité par une mesure de probabilité et la construction d'un modèle d'homme rationnel dont on retrouverait le comportement dans les comportements spontanés.

Mais chacun sait aujourd'hui que mathématiser n'est pas nécessairement quantifier, ce qui signifie ici que la capacité des mathématiques à servir d'instrument aux sciences humaines n'est pas toute concentrée dans la théorie des probabilités, avec ou sans l'auxiliaire des statistiques. L'analyse des structures algébriques a eu une fortune qui a largement dépassé le domaine de l'algèbre ; de Lévi-Strauss à Piaget, en passant par une multitude de travaux de linguistique et de sociologie, c'est le langage commun d'une mathématique de la structure qui domine, au point qu'on n'est pas loin d'espérer que les sciences de l'homme deviennent une branche des mathématiques ap!piquées. L'algèbre des structures fournit pour le moins des *modèles*, c'est-à-dire des représentations schématiques permettant l'étude d'un ensemble de questions, même si, comme c'est le plus souvent le cas, elles n'entretiennent pas de lien de signification naturel avec ces questions. La meilleure illustration de ce procédé est certainement fournie par l'étude des systèmes de parenté dans les sociétés archaïques : on se reportera, bien entendu, à la fameuse contribution, dans les « *Structures Elémentaires de la Parenté* » de C. Lévi-Strauss, d'André Weil, qui montre comment la théorie des groupes de substitution facilite la classification des lois du mariage dans la société Murngin (Chapitre XIV). L'analyse structurale des relations de parenté est fructueuse, précisément parce que la relation de parenté est éminemment sociale, mettant en jeu non pas deux ou trois individus isolés mais tout un ensemble plus ou moins grand d'individus et à travers lui tout le groupe, c'est-à-dire toute l'organisation toute la structure sociale. La maternité, par exemple, est une relation non seulement d'une mère à ses enfants, mais aussi de cette femme à tous les membres du groupe, pour qui elle est épouse, soeur, cousine, etc... Elle définit un ensemble de droits et de devoirs, et, comme le remarque si justement Lévi-Strauss, son absence ne définit pas rien, mais elle définit l'hostilité. Le mariage n'est pas « un processus discontinu, qui tire de lui-même, dans chaque cas individuel, ses propres limites et ses possibilités » ; les règles qui le régissent expriment la façon dont un groupe donné organise l'échange et la circulation des femmes entre les différents segments de la société.

Ce qu'il y a de plus social dans la société est donc susceptible d'être mathématisé. Non que l'on trouve dans la société l'équivalent de véritables quantités théoriques : dans le meilleur des cas, en économie par exemple, la quantification statistique n'atteint que des mélanges ; mais elle permet, néanmoins, de poser des questions dont le langage ordinaire ne permet pas une formulation précise. Par ailleurs, le recours de plus en plus courant aux modèles permet une exploration qui tient lieu, pour ainsi dire, d'expérimentation.

Mais il faut souligner que cet accès progressif des phénomènes sociaux au traitement mathématique s'est fait dans une société qui se transformait parallèlement jusqu'à se muer en support d'une pensée essentiellement technologique, expression ultime de l'exigence de rationalité. Le premier représentant moderne de cette exigence, Descartes, concevait à la fois le monde comme un monde mathématique (qui ne contient qu'étendue et mouvement) et la science comme le moyen de s'en rendre maître. Désormais, l'expérience ne sera plus, comme dans l'Antiquité, aux antipodes de la spéculation; ayant elle-même changé de nature, son statut a changé : conduite à l'aide d'instruments qui sont, selon un formule connue, des « théories matérialisées », elle s'est de plus en plus pénétrée de théorie. Cette tendance s'est surtout accentuée à partir de la Révolution Française : la perception humaine à définitivement troqué les sens pour les instruments. Dès 1794, Lakanal proclamait que sans mathématiques l'architecture civile et militaire n'a plus de règle et les sciences de l'artillerie et des fortifications plus de fondement. Et Monge de préciser qu'il faut orienter l'éducation nationale vers la connaissance des objets qui exigent de l'exactitude, vers les théories qui permettent des applications précises. C'est le développement d'un nouveau modèle du savoir : les sciences appliquées, et l'exigence de nouvelles Ecoles : Ecole Centrale des Travaux Publics (1797), où spontanément les généralités aux spécialistes de la politique pour acde leurs applications.

(*) Le terme *technologica* a d'abord désigné une doctrine de la division des disciplines, de leur classification; des acceptions proches du sens moderne apparaissent à la fin du XVIIème siècle ; par exemple, chez C. Wolf, il désigne déjà une science des métiers et de leurs produits.

Cette technologie s'est étendue aujourd'hui sans cesser de nourrir un rapport profond aux sciences de la précision, c'est-à-dire plus ou moins directement aux mathématiques. Elle est l'application systématique des sciences, et fonde la possibilité de concrétiser le savoir sur une stratégie de la division et de la spécialisation extrêmes des tâches, caractéristiques qui sont, à leur tour, marquées par la durée des processus de fabrication exigeant une multitude de compétences généralement séparées. D'où le rôle, dans la civilisation technologique, de la *recherche et de la planification*. On n'en est plus à savoir calculer un certain nombre de forces physiques de l'Univers, mais à vouloir décupler et défier à la fois ces forces ; la concurrence internationale contraint à cet effort gigantesque si l'on prétend maîtriser l'espace, évaluer les matériaux disponibles, contôler le savoir qui permet de transformer toutes ces données en autant de ressources. Non seulement les mathématiques se sont imposées dans plusieurs disciplines longtemps réputées réfractaires ; non seulement, elles constituent un élément de base dans la société technologique industrielle d'aujourd'hui ; mais encore elles prétendent à une place de choix dans la culture actuelle. On est loin de l'époque où A. Comte se plaignait de la domination des Académies par les géométres. On est loin de la mise en garde de Cournot nous empêchant de croire que le règne des chiffres, des membres et des mesures soit le règne des mathématiques. Il est désormais entendu que toute recherche sérieuse recourt d'une façon ou d'une autre aux mathématiques. La vieille bataille entre le latin (et le grec) et les mathématiques dans la formation des élèves n'a plus de raison d'être car elle a été définitivement gagnée. Les mathématiques apparaissent comme le lieu où l'on peut disposer de toutes les formes possibles de discours, des discours fondamentaux qui sont à la racine de la mécanique, de la physique, de la biologie (il faut un Baccalauréat de la série C pour des études de médecine), de la psychologie, de la sociologie, de la linguistique, etc... On apprend ainsi à raisonner sur tout en toute rigueur, à se méfier des idées sans expression immédiatement claire, à couler sa pensée dans le moule du raisonnement mathématique. Et surtout, celui qui est formé par l'activité mathématique laisse plus

---

(*) Cournot remarquait que l'homme a fini par préférer à la machine naturelle, le cheval avec les images poétiques qu'il éveille, le cheval-vapeur de l'industrie moderne, qu'il a pu construire sur un plan plus simple, dont il peut mieux régler le service et contrôler la dépense. Dans ce but il s'est fié de plus en plus aux mathématiques.

spontanément les généralités aux spécialistes de la politique pour accepter la sécurité intellectuelle que procure une discipline acceptée. Or, cette attitude est plus rentable pour une société technologique, qui divise et décompose tout problème en segments multiples dont chacun constitue le domaine d'intervention d'un expert. Les contraintes de l'industrie, et en dernier ressort, le marché du travail renforcent la préférence pour la culture mathématique. Mais cette préférence est une préférence dictée ; c'est le résultat de la contrainte sociale, d'un fait social au sens plein du terme, qui impose, comme eût dit E. Durkheim, « *des manières d'agir, de penser et de sentir extérieures à l'individu, et qui sont douées d'un pouvoir de coercition en vertu duquel elles s'imposent à lui* », sans avoir ni la nécessité des faits logiques ni le caractère naturel de ce qui s'enracine dans l'organique, ni le caractère personnel propre aux représentations psychologiques.

L'existence de ce fait social légitime l'effort de faire une véritable sociologie des mathématiques, que nous ne prétendons pas développer entièrement mais en vue de laquelle nous voulons faire les remarques, à caractère programmatique, qui suivent.

Sociologie des mathématiques.

Une sociologie des mathématiques ne saurait être considérée comme un appendice à la sociologie de la connaissance en général, qui est l'étude des formes de connaissance propres à chaque société ou à chaque groupe et qui repose sur une notion trop générale pour être opérante dans une enquête restreinte. Mais on ne saurait non plus l'assimiler à une sociologie de la science, d'une part parce que les rudiments déjà disponibles de cette sociologie ne considèrent pas les mathématiques comme un secteur particulier digne d'une recherche de ce genre, d'autre part parce que sous la rubrique « sociologie des sciences », qui recouvre un vaste domaine, depuis une sociologie de la sociologie elle-même à une sociologie de la communauté savante, on ne considère généralement que les sciences où l'impact social est facile à déceler, en raison des services multiples qu'elles rendent directement à la société industrielle. Or les mathématiques pures restent un peu à part, du fait qu'elles ont une autonomie relative par rapport à la société, et nous allons préciser en quel sens pour éviter tout malentendu.

En mathématiques, l'investigation peut être comprise sans qu'il soit nécessaire de recourir à un point de départ empirique. Ni l'observation des faits, qu'ils soient fortuits ou produits, ni l'émission d'une idée ou d'une hypothèse ne constitue des considérations propres à éclairer l'activité de recherche du mathématicien. L'opinion qui place l'empirisme, c'est-à-dire l'observation ou l'expérience fortuite, à l'origine de toutes les sciences, se rencontre encore aujourd'hui, sous une forme raffinée certes, et s'exprimant par des moyens on ne peut moins empiriques il est vrai, comme le montrent les travaux de certaines tendances de l'école analytique des dernières décennies. L'empirisme le plus intégral ne put, cependant, méconnaître le statut du formel : aussi la mathématique, ne pouvant procéder de l'expérience, se voit-elle réléguée dans une sphère de pur formalisme, après quoi se pose évidemment la question de la fécondité d'une science purement formelle !

Une sociologie des mathématiques ne peut avoir pour but de fonder les mathématiques ou d'en donner une explication ultime. Il ne peut être question pour elle d'assumer ce projet philosophique au moment où les mathématiques ne s'embarrassent plus d'aucune vue systématique ni d'aucune philosophie ! Par ailleurs une fondation sociale de cette science pourrait tout simplement faire balancer dans la contradiction ou le paradoxe une activité dont le premier but est de s'en garder. En mathématiques, le sociologisme est aussi peu à sa place que le psychologisme ; il n'y a pas de genèse sociale, pas plus qu'il n'y a de genèse psychologique de la mathématique.

L'histoire des mathématiques montre qu'à tel moment donné, tous les résultats ne connaissent pas une égale fortune : certains restent en friche tandis que d'autres favorisés par une vive curiosité ou un vif intérêt social, sont aussitôt exploités. Par ses encouragements, la société peut ainsi jouer un rôle moteur, susciter le développement ou favoriser le plein épanouissement d'une science dont la facture interne ne reflète pas immédiatement les besoins et les passions sociales.

Examinons les choses d'un peu plus près. L'archéologie nous apprend qu'il n'y a probablement pas eu, avant l'âge du bronze, de pratique mathématique diversifiée, bien que l'on ait connu dès la fin du néolithique des rudiments de calendrier et certaines figures géométriques. Remarque dont il faut marquer le caractère approximatif, en rappelant l'absence d'une histoire unique pour toutes les aires culturelles, et ce qui est découvert ici vers 3500 avant J.C. n'apparaissant ailleurs que vers 500. L'âge de bronze produit donc un calendrier plus précis, des rudiments d'arithmétique, de géométrie, d'astronomie ; mais c'est aussi l'âge où apparaissent la société de classes, la propriété privée, et surtout, une classe distincte de celle des paysans et des artisans, la classe des scribes. L'époque suivante connaît l'alphabet, mais voit également apparaître la classe des commerçants et des formes politiques plus élaborées ; autrement dit, on assiste au développement du secteur de l'échange et de celui de l'administration ; l'alphabet consacre l'écriture, et l'écriture crée, dit-on, l'histoire. Considérons le cas de l'Egypte : sa population apparaît dès le néolithique : ses outils sont en pierre polis, elle connaît la poterie, la vannerie, le tissage, le travail du cuir, du bois et de l'os ; elle a domestiqué le bœuf, le mouton et la chèvre et cultive le blé et l'orge, d'où une première organisation sociale. Après le néolithique, les céramiques témoignent d'un sens géométrique, telle cette céramique qui présente sur fond rouge poli un goût esthétique, un sens du parfait qui prévaut sur le sens de Mésopotamie, on remarque une évolution similaire, mais les spécialistes refusent de parler d'influence. Cette évolution, en tous cas, trahit un perfectionnement des techniques qui a transformé l'artisan en artiste : une première division du travail lui a sans doute permis de développer, en se consacrant exclusivement à son travail, un goût esthétique, un sens du parfait qui prévaut sur le sens de l'utile et approche l'idée d'objet d'art. A l'époque où existe une division technique de travail qui est, en raison de l'importance religieuse du calendrier, une division sociale du travail, apparaissent également des notions fragmentaires d'arithmétique et de géométrie. Entre les mains d'une caste, celle des scribes, l'art de calculer, d'abord lié à la métrologie habituelle (mesure des longueurs, des volumes, des poids, etc...), aux nécessités vitales de l'agriculture (prévision des crues du Nil, restitution des frontières des terrains détruits par l'inondation), enfin aux exigences de la vie administrative, tel l'établissement juste d'une assiette de l'impôt, s'est développé sans s'arracher aux préoccupations utilitaires et empiriques qui semblent l'avoir suscité. Les scribes, déjà au fait des techniques de rédaction, se charge des techniques de calcul et de mesure, produit d'un travail appliqué mais autonome, déjà spécialisé, qu'il est difficile de remiser dans l'expérience au sens de l'empirisme traditionnel. Le fait n'a pas échappé à Aristote, qui nonobstant le style archaïque, a su apercevoir, mieux que tous ceux qui, pour défendre l'originalité absolue du miracle grec, n'ont pas voulu accorder à l'Egypte ce que le grand philosophe grec lui reconnaissait volontiers : qu'elle a été « le berceau des arts mathématiques », car « on y laissait de grands loisirs à la caste sacerdotale ». Les *arts* mathématiques sont donc nés dans les contrées « où régnait le loisir », c'est-à-dire où certains travailleurs pouvaient se consacrer à une activité qui ne répond pas immédiatement aux nécessités de la vie. La caste des scribes n'était directement soumise qu'à l'administration et à la religion.

Les techniques de calcul et de mesure ont donc un certain caractère *officiel*, que l'on retrouve, plus accusé encore, dans les remarquables réalisations chinoises, caractérisées, pour ce qui concerne les mathématiques, par la prédominance de la pensée algébrique. En Chine, plus qu'ailleurs, le développement d'une bureaucratie au service de l'appareil d'Etat, pour organiser l'ensemble de la production et diriger la main d'œuvre dans les travaux agricoles et de construction, une bureaucratie bénéficiant d'un « charisme impérial » à la mesure de son efficacité dans l'organisation sociale, semble avoir joué un rôle décisif dans la formation de la pensée mathématique. La société chinoise ancienne n'est pas fondamentalement esclavagiste, et, à la différence de la société égyptienne, prompte à utiliser massivement la force humaine, utilise plutôt des moyens techniques, telle la voile pour la propulsion des bateaux. Mais l'autorité centrale ne s'exerce qu'avec le concours des savants qui se trouvent aux commandes et cherchent à tirer parti du cours naturel des choses en intervenant aussi peu que possible dans les affaires de la société. Cette conception *non interventionniste* dans le champ de l'activité humaine aurait dû favoriser *le développement des sciences de la nature*. Mais, et c'est là la limite de la science chinoise, la pérennité de la féodalité bureaucratique, qui se conserve sans changement, peut avoir constitué un obstacle à l'association des mathématiques avec l'observation empirique. La science chinoise n'accomplit pas le saut qualitatif qui s'accomplira dans la science occidentale, où l'expérimentation, exigeant l'intervention active du savant, scellera une association décisive avec les mathématiques.

On ne peut évidemment pas dégager ici toutes les corrélations possibles, pour chacune des grandes formes de vie collective, entre le développement d'une certaine mathématique et la présence de certains facteurs dans l'organisation sociale. Mais le peu que nous en avons dit montre la faiblesse des facteurs anthropo-physiques, raciaux ou intellectuels devant les facteurs sociaux. Malheureusement l'étude sociologique ne peut être menée qu'avec une extrême prudence et un sens très vif des nuances, et ses résultats auront difficilement la forme d'énoncés catégoriques.

Que les sciences mathématiques les plus abstraites se soient épanouies dans la Grèce antique, c'est sans doute parce que le loisir des uns a permis de dégager l'activité mathématicienne des pratiques directement commandées par la vie religieuse, commerciale et technique. Ce qui explique, notamment, l'attribution aux mathématiques de qualités esthétiques indépendantes, d'un genre de beauté particulier, effet des rapports d'ordre, de proportion et d'harmonie qu'y découvre un Pythagore, capable de voter le jour où il aperçoit, sans le secours d'aucun arpenteur, la relation qui lie les trois côtés d'un triangle rectangle. Ce caractère répond à des facteurs d'ordre sociologique, dont une fiction pourra montrer l'importance : imaginons Monge expliquant ses procédés de géométrie descriptive à quelque architecte des temples d'Agrigente ou de Sybaris, contemporain de Pythagore, celui-ci n'aurait vu dans cette géométrie, si décisive pour le XIXè siècle européen, qu'un artifice ingénieux, trop particulier à l'homme, à son industrie, aux instruments matériels dont il dispose.

On voit, par contraste, le caractère éminemment social des mathématiques d'aujourd'hui, héritières de celles qu'un certain état de l'Europe à la fin du Moyen-Age a rendu possibles : une liaison spécifique entre les mathématiques et l'expérience, plus précisément une mathématisation des hypothèses de l'expérience qui a mis celle-ci sous le contrôle de celles-là, a permis de lier le sort des mathématiques à celui de la physique et de les transformer en magasin d'outils anticipatoires exigés par les différents laboratoires techniques. Si l'on veut éprouver la teneur de cette thèse, le concept de « formation du capitalisme moderne » se présentera naturellement à l'examen, et dans l'acception étendue que l'expression a invinciblement acquise depuis le début de ce siècle, à savoir celle d'une rationalité moderne, dont les causes multiples et variables ont été diversement commentées. Ce qui est certain c'est que les mathématiques pures d'aujourd'hui résultent d'un effort de rigueur et de précision soutenu tout au long du XIXè siècle centré sur l'Analyse, qui est née, il est vrai, de l'inspiration physique et mécanique présente depuis la coupure galiléenne. Engels avait raison de dire qu'« *en introduisant les grandeurs variables et en étendant leur variabilité jusqu'à l'infiniment petit et à l'infiniment grand, les mathématiques aux moeurs si austères ont commis le péché* ». ! Après quoi la validité de leurs démonstrations sera à revoir, un nouveau système sera nécessaire pour donner aux nouvelles notions un statut logique indépendant du sens qu'elles ont en naissant. Mais du point de vue d'une sociologie historique la période caractéristique des mathématiques est bien ce siècle qui, en étant celui de Galilée et de Descartes, fut celui de la navigation outre-mer, du négoce entreprenant, des sciences physiques, des premières statistiques importantes, celui du début de la mécanisation de l'industrie et des principaux phénomènes spécifiques de la civilisation industrielle. Aussi est-ce avec raison qu'aussi bien mathématiciens que non mathématiciens insistent sur les succès spectaculaires de la méthode expérimentale pour expliquer l'impact des mathématiques sur la vie sociale et quotidienne. Si bien que quiconque veut être de la société moderne, ou moderne tout court, qu'il soit homme d'affaires, politicien, ou linguiste, doit disposer d'un bagage mathématique suffisant pour être à l'aise dans la langue des chiffres. Ce phénomène, né dans une société donné, est entretenu par la publicité faite aux mathématiques par une idéologie propre : le scientisme, nouvelle religion servie par les prêtres respectés que sont les scientifiques, les technocrates, les experts, unanimes à réagir à « *toute attaque contre cette religion, ou l'un de ses dogmes, ou l'un de ses produits, avec toute la violence émotionnelle d'une élite régnante aux privilèges menacés* ». Cette élite, remarque encore A. Grothendieck que nous venons de citer, s'identifie intimement aux pouvoirs en place qui s'appuient fortement, en retour, sur ses compétences technologiques et technocratiques. C'est elle qui porte et propage l'ensemble des mythes qui forment le crédo scientiste : que seule la connaissance scientifique est véritable, réelle, objective, universellement valide ; que tout ce qui peut être exprimé sous forme quantifiée et produit dans des conditions expérimentales déterminées, est objet de connaissance scientifique ; que toute la réalité doit se laisser exprimer par des modèles ou mécaniques ou formels, analytiques en tous cas ; que la connaissance doit être pulvérisée en districts spécialisés où seuls interviennent et jugent ceux qui en sont les spécialistes et les experts ; que science et technologie sont capables de résoudre les problèmes de l'homme ; que les experts seuls sont en mesure et méritent d'appartenir aux instances de décision.

Ainsi la mathématique n'est pas seulement descendue dans l'arène sociale ; elle remplit directement une fonction sociale. Et d'abord par le biais de la technologie, ce qui se traduit dans le rôle de l'ingénieur et du technocrate dans notre société. Personnages issus probablement des bâtisseurs de cathédrales, qui semblent bien avoir été les premiers à conjoindre connaissance scientifique et connaissance technique ; qui ont, les premiers, permis aux patrons de ne plus conduire personnellement leurs travaux et qui ont, dès cette première apparition, scandalisé un Nicolas de Biard, écrivant en plein XIIIè siècle : « *dans les grands édifices, il y a un maître principal qui les ordonne seulement par la parole, mais n'y met que ra-*

rement ou jamais la main, et cependant il reçoit des salaires plus considérables que les autres ... Les maîtres des maçons ayant en mains la baguette et les gants disent aux autres. « Par ci me taille », mais, eux, ils ne travaillent et cependant ils reçoivent une plus grande récompense ». Ou plutôt ils travaillent autrement et constituent les premiers spécialistes auxquels on fait appel, parfois de fort loin.

Cette situation d'imbrication mutuelle entre des exigences nées dans des domaines aussi hétérogènes que celui de la mathématique et celui de la vie sociale, est propre à expliquer la nature psychosociale *des paradigmes* qu'un Thomas Kuhn présente dans son essai : « Structure des Révolutions scientifiques » : à tel moment tel secteur scientifique s'impose comme sommet et guide des recherches poursuivies sous l'effet des contraintes qu'impose la société. Ce qui n'est possible que parce que le scientifique, fût-il pur mathématicien, est d'emblée, à sa naissance mêlé, voué au service social, ainsi que l'exprime le souhait des classiques, de Descartes entre autres, lorsqu'il déclare : « *pour ce qui est des expériences qui peuvent y servir, un homme seul ne saurait y suffire à les faire toutes : mais il ne saurait aussi employer utilement d'autres mains que les siennes, sinon celles des artisans, ou telles gens qu'il pourrait payer, et à qui l'espérance du gain, qui est un moyen très efficace, ferait faire exactement toutes les choses qu'il leur prescrirait* » (Discours de la Méthode, VIè Partie).

Or, le lien de la mathématique à la société est aujourd'hui plus profond que jamais, le savant dépendant lui-même d'une instance de décision qui lui commande de travailler dans le sens d'une mathématique significative, c'est-à-dire utile à la société industrielle. C'est dans ce sens assurément que se fait l'évolution, comme le montrent les informations les plus récentes :

1) Nous apprenons qu'à l'occasion du 20è anniversaire de l'Académie, M. Brejenev a déclaré aux savants russes : « *Nous n'avons pas l'intention de vous dicter les détails des thèmes scientifiques, les voies et les méthodes de la recherche. C'est l'affaire des savants eux-mêmes. Mais quant aux orientations essentielles du développement de la science, quant aux tâches principales rendues nécessaires par les réalités, nous les déterminerons ensemble* ». Autrement dit, les experts doivent réaliser des programmes dont ils ne décident qu'à titre, au plus, de conseillers.

2) La situation n'est guère différente ailleurs. En France, le gouvernement a décidé une série de réformes de structure visant

la coordination technico-scientifique ; désormais « les laboratoires élaboreront des programmes, mais c'est le gouvernement qui disposera, en s'aidant de comités consultatifs et de la Délégation générale à la Recherche Scientifique et technique ».

L'inféodation à l'Etat-Patron et aux sociétés industrielles « intègre » la vie scientifique à la vie économique. Elle consacre une dépendance étroite des sciences, et en premier lieu des mathématiques, envers la société. C'est ainsi que les mathématiques dites « modernes » ne sont pas dénuées d'attaches idéologiques spécifiques; René Thom a souligné, par exemple, que l'esprit bourbakiste, essentiellement algébriste, tend à faire passer dans l'enseignement les structures algébriques qui s'étaient révélées utiles dans les mathématiques récentes, en vue d'une formation mathématique accessible à des hommes ordinaires, qu'on informe minutieusement, et qu'on mène, au moyen d'un enseignement approprié, à faire en sorte que leurs connaissances se combinent avec celles de spécialistes d'autres branches, également ordinaires, pour produire l'immense littérature fabriquée dans les départements de mathématiques, équivalents sobres des laboratoires de physique.

Les mathématiques n'ont donc pas servi seulement à rationaliser l'étude des secteurs sociaux. Par le biais de la technologie et des exigences de la société industrielle avancée, ils se trouvent au principe même de la société. Au point que celle-ci, pour en produire, se dispense des génies, et se suffit des hommes ordinaires, convenablement formés ! Qu'est-ce à dire sinon que le mathématique n'est pas le produit d'idiosyncrasies individuelles — Et l'a-t-elle jamais été ? — Programmes, groupes de recherches, autant d'expressions qui nous rappellent que la mathématique est tombée dans la perspective sociale. Les programmes impliquent des paradigmes qui définissent les problèmes à résoudre, et ces paradigmes définissent comme une tradition horizontale, où l'on n'imite point ses pères, mais les directeurs de programmes et de recherches, dépositaires des ultimes suggestions réalisables parmi toutes les suggestions scientifiquement possibles.

Cette étude préliminaire sera suivie par une étude sur la mathématisation de l'informe, du flou et du complexe que nous comptons pouvoir terminer bientôt.